

C Methode mit Adaptiver Resolution (AR)

Autor: J. Bischoff/ Osires Optical Engineering Ilmenau

Inhaltsverzeichnis

1.	Scope.....	1
2.	Theorie und Implementierung der C-Methode mit AR.....	2
3.	Simulationen	3
	Referenzen.....	4

1. Scope

Standardmäßig verwenden modale Verfahren zur Modellierung der Gitterbeugung eine äquidistante Diskretisierung der lateralen Profilachse(n) /1/. Das funktioniert im allgemeinen Fall auch ausreichend gut und hat den Vorteil einer vergleichsweise einfachen Implementierung. Bei Flanken von etwa 85 Grad und darüber wird jedoch die Flanke nicht mehr ausreichend mit Stützpunkten gesampelt. Das Resultat ist ein fehlerhaftes Ergebnis. Das hier aufgezeigte Problem kann mit der Methode der angepassten Auflösung (adaptive Resolution) deutlich abgemildert werden. Dieses Verfahren beruht im Kern darauf, anstelle einer äquidistanten Abtastung der x-Achse eine dem Profil folgende Diskretisierung vorzunehmen. An Stellen starken Anstiegs oder Abfalls des Profils sowie in der Nähe von Ecken wird entsprechend feiner und in den restlichen, flachen Bereichen wird größer abgetastet. In Abb. 1 sind diese beiden Fälle gegenübergestellt, wobei die orangenen Punkte das Standardverfahren (CCM) und die blauen Punkte die adaptive Resolution Methode (C-AR) repräsentieren. Besonders deutlich tritt der Unterschied an den Ecken zu Tage. Während beim C-AR die Punkte so dicht beieinander liegen, dass sie kaum aufgelöst sind, ist beim Standardverfahren ein deutliches Gap in diesem Bereich zu sehen.

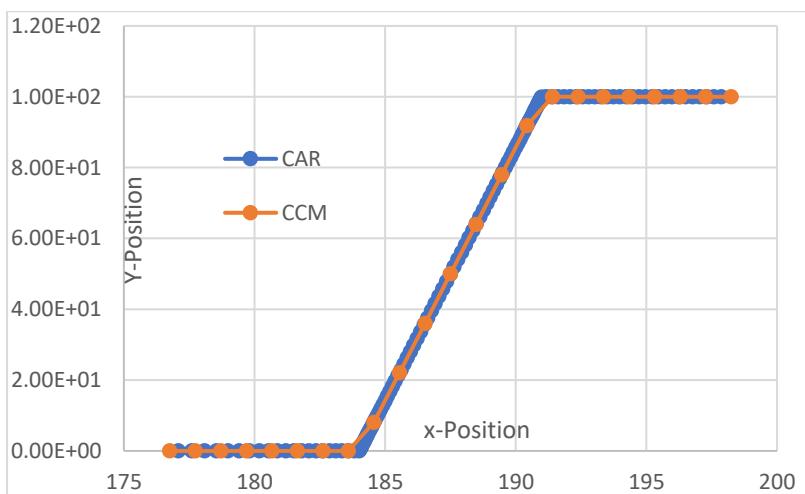


Abbildung 2: Profildiskretisierung im Vergleich zwischen Standard C-Methode und CM mit adaptiver Resolution

2. Theorie und Implementierung der C-Methode mit AR

Die Theorie der Methode der adaptiven Resolution ist in /3/ im Detail dargelegt. Bei der Standard C-Methode lautet die Koordinatentransformation: $x = u$, $y = v + p(u)$, $z = w$.

Das Eigenwertsystem welches aus dem Differential-Gleichungssystem hervorgeht kann wie folgt geschrieben werden:

$$\mathbf{L}_A \begin{pmatrix} \psi_q \\ \psi'_q \end{pmatrix} = \frac{1}{r_q} \mathbf{L}_B \begin{pmatrix} \psi_q \\ \psi'_q \end{pmatrix}, \quad (1)$$

Die Matrizen \mathbf{L}_A und \mathbf{L}_B ergeben sich aus der Profilfunktion p wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_A &= \begin{bmatrix} -a\dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}a & \mathbf{I} + \dot{\mathbf{p}}\mathbf{p} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{L}_B &= \begin{bmatrix} -aa + n^2\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2)$$

Hierbei sind ψ_q die Eigenvektoren, r_q die Eigenwerte, a ist eine Diagonalmatrix, die aus den Elementen $a_m = \sin \vartheta + m \frac{\lambda}{d}$ gebildet wird, \mathbf{I} ist die Einheitsmatrix und $\dot{\mathbf{p}}$ eine Matrix, die aus den Elementen

$$\dot{p}_{mn} = \dot{p}_{m-n} = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{dp}{du} e^{i2\pi(m-n)\frac{u}{d}} du \quad (3)$$

gebildet wird. Ferner sind λ die Lichtwellenlänge, d die Gitterperiode und p die Profilfunktion. Die Matrix $\dot{\mathbf{p}}$ ist die Toeplitz-Matrix der Fourier-Transformierten der Ableitung der Profilfunktion.

Im Unterschied dazu wird bei der AR-Methode zusätzlich eine Koordinaten-Transformation der x-Achse notwendig, man hat also: $x = f(u)$, $y = v + p(f(u))$, $z = w$. Damit ergibt sich eine Lösung mit dem gleichen charakteristischen Eigensystem jedoch mit von (2) abweichenden Matrizen \mathbf{L}_A und \mathbf{L}_B :

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_A &= \begin{bmatrix} -a\dot{\mathbf{f}}^{-1}\dot{\mathbf{p}} - \dot{\mathbf{p}}\dot{\mathbf{f}}^{-1}a & \dot{\mathbf{f}} + \dot{\mathbf{p}}\dot{\mathbf{f}}^{-1}\dot{\mathbf{p}} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{L}_B &= \begin{bmatrix} -a\dot{\mathbf{f}}^{-1}a + n^2\dot{\mathbf{f}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\dot{f}_{mn} = \dot{f}_{m-n} = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{df(u)}{du} e^{i2\pi(m-n)\frac{u}{d}} du \quad (5)$$

Die Transformation für ein einfaches Trapezprofil ist in den Formeln (35) und (36) in /3/ im Detail ausgeführt. Im Rahmen der Implementierung der C-AR Methode wurde diese auf allgemeine stückweise lineare Profile erweitert.

3. Simulationen

Die Beugungseffizienzen wurden für symmetrische, metallische Trapezprofile mit Flankenwinkeln zwischen 60 und 90 Grad für folgende Verfahren miteinander verglichen:

- C-Methode mit FFT (CC)
- C-Methode mit diskreter FT (1C)
- RCWA /2/
- C-Methode mit Adaptiver Auflösung (C-AR).

Die Ergebnisse sind für die nulle und erste Beugungsordnung in TE- und TM-Polarisation in den folgenden Abbildungen zu sehen.

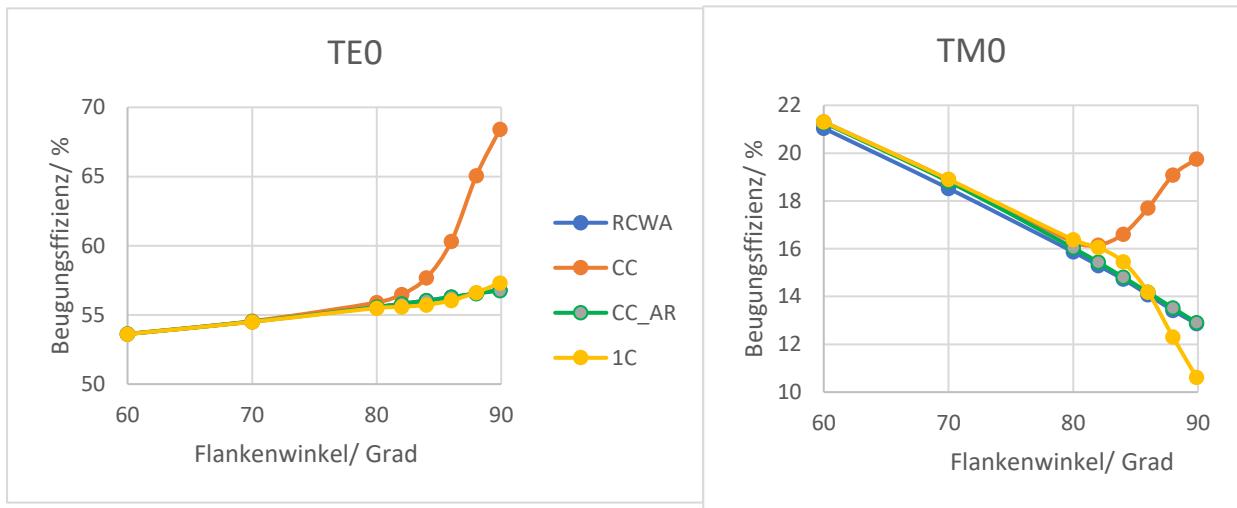


Abbildung 2: Vergleich der Beugungseffizienz der 0. ten Ordnung vs. Flankenwinkel für ein Trapezprofil

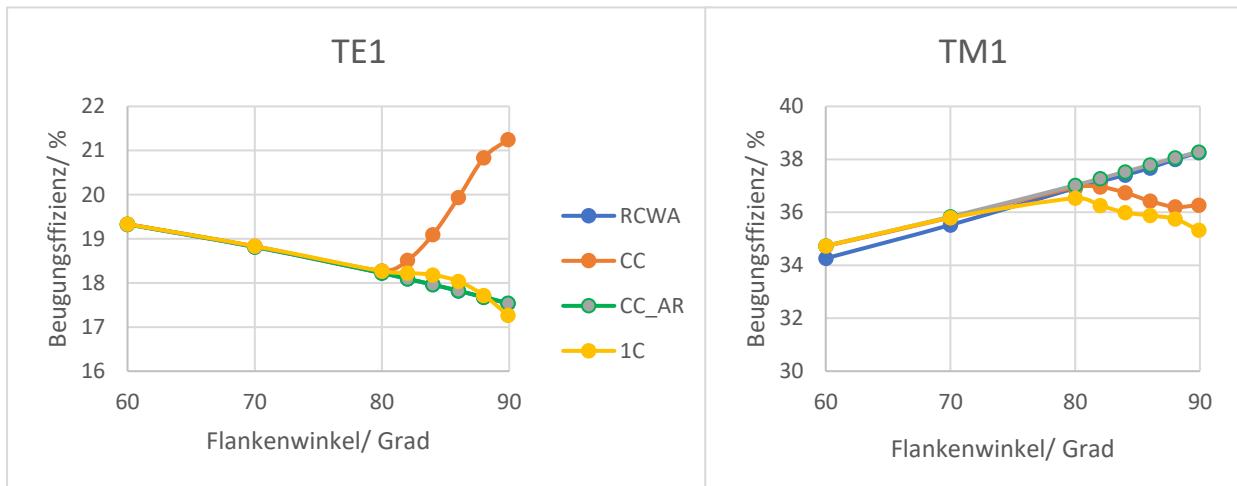


Abbildung 3: Vergleich der Beugungseffizienz der 1. ten Ordnung vs. Flankenwinkel für ein Trapezprofil

Wie die Simulationen zeigen sind die Ergebnisse der C-Methode mit adaptiver Auflösung auch für Flankenwinkel größer als 80 Grad nahezu identisch mit denen des hier als Referenzverfahren betrachteten RCWA sind. Lediglich für TM-Polarisation sind leichte Unterschiede erkennbar. Diese führen wir auf die bekannten Probleme der RCWA bei metallischen Substraten in TM zurück. Weiterhin ist erkennbar, daß die Standard-C-Methode in beiden Implementierungen (mit FFT sowie

mit diskreter FT) bis zu Flankenwinkeln von etwa 80 Grad als ausreichend genau betrachtet werden kann. Zudem fallen die deutlichen Unterschiede für die beiden Implementierungen der Standard C-Methode auf. In der Regel liegen die Ergebnisse für die Variante mit diskreter FT näher an den Referenzwerten von RCWA bzw. C-AR.

Referenzen

- /1/ L. Li, J. Chandezon, G. Granet , J.-P. Plumey, „Rigorous and efficient grating-analysis method made easy for optical engineers,” Appl. Opt. **38** (2), 304-313 (1999).
- /2/ Moharam MG, Pommet DA, Grann EB. Stable implementation of the RCWA for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach. J. Opt. Soc. Am. **A 12**, 1077-1086 (1995).
- /3/ G. Granet, J. Chandezon, J.-P. Plumey, „Reformulation of the coordinate transformation method through the concept of adaptive spatial resolution. Application to trapezoidal gratings,” J. Opt. Soc. Am. **A 18** (9), 2102-2108 (2001).